

1. CONTEXTE

Les coûts de production d'une route varient entre 2 et 42 millions d'euros par kilomètre, ce qui rend nécessaire la vérification de leur bonne construction, afin d'assurer la sécurité, la qualité ainsi que leur durée de vie, par soucis **écologique** et **économique**. Une première étape est de contrôler à leur réception la **rugosité**, l'**épaisseur** et la **compacité**, l'objet d'étude de cette thèse.

2. SOLUTION RÉFÉRENTE

Les mesures de compacité sont réalisées à partir d'un **banc gamma**, basé sur le principe d'émission/réception de protons de Césium 137.



Banc gamma

- + Mesure locale
- + Forte précision
- Stockage
- Utilisation
- Recyclage

3. OBJECTIFS

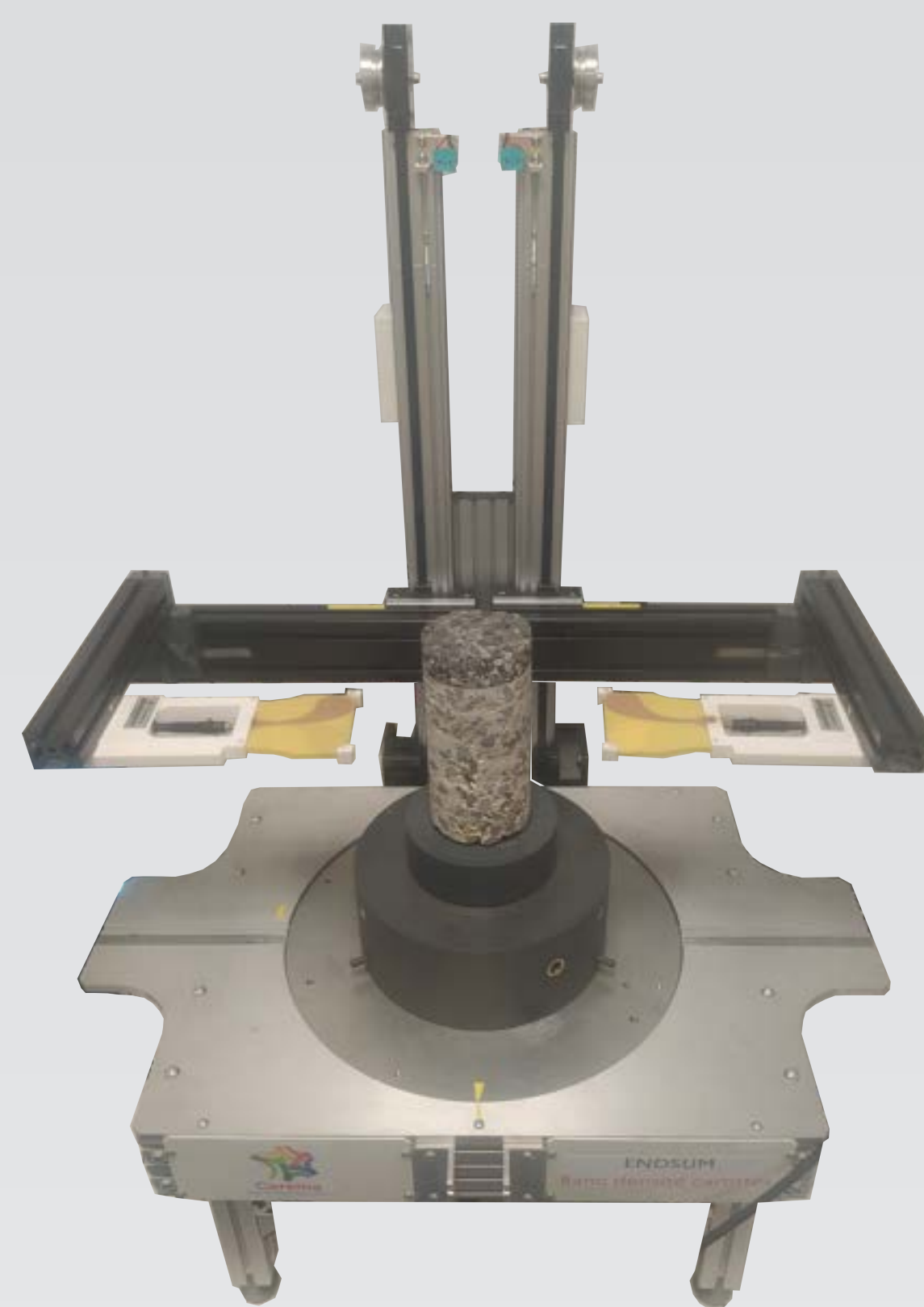
- Remplacer le banc gamma par un banc **électromagnétique** (EM).
- Caractériser le comportement **diélectrique** de tout matériaux.
- **Modélisation** du problème physique (antennes, banc, etc..).
- **Simulation** d'un milieu **dispersif** et d'un domaine **non borné**.
- **Formulation** des problèmes **directs** et de l'**inversion**.

4. PROPOSITION

Le banc EM permet de calculer la **permittivité** du matériau grâce à l'émission et la réception d'ondes électromagnétiques, en s'intéressant à leur **diffraction** et **atténuation**. Ces données sont mesurées par un analyseur, et présentées sous forme de **paramètres S** (scattering parameters), calibrés grâce à la relation suivante [1] :

$$S_{21}^{\text{mes}, c} = \frac{S_{21}^{\text{mes}}}{S_{21}^{\text{mes}} (H_{f_1} + H_{f_2}) + H_{t_1} H_{r_2}}$$

avec H_{f_i} , H_{t_i} et H_{r_i} les **fonctions de transfert** de perte, transmission et réception associées à l'antenne i .



Prototype du banc EM fabriqué par le Cerema

5. MODÉLISATION

Équations de Maxwell

- Formalisme **ondes planes** : $\underline{E}^t = \underline{E}^s + \underline{E}^i$ avec $\underline{E}^i = \underline{P}e^{ik \cdot x}$
- Équation du **second ordre** :

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E}^s - k_0^2 \varepsilon \underline{E}^s = \underline{E}^{\text{OP}, i}$$

Discrétisation

- Éléments de **Nédélec** [2] :

$$\begin{cases} V_h = \{v \in H(\text{rot}, \Omega) : v|_K \in N_r(K) \forall K \in \mathcal{T}_h\} \\ N_r(K) = [P_{r-1}(K)]^2 \oplus S_r(K) \\ S_r(K) = \{s \in [P_r(K)]^2 : s(x) \cdot x = 0\} \end{cases}$$

- Équation **discrétisée** :

$$[\mathbb{K} - k_0^2 \mathbb{M}(\varepsilon)] \underline{c} = \underline{E}^{\text{OP}, i}$$

Données

- Mesurées : $S_{21}^{\text{mes}, c}$
- Simulées : $S_{21}^{\text{sim}} = \underline{E}^s(\omega_f, \underline{x}_r) \cdot \underline{P}$
- $\underline{E}^s(\omega_f, \underline{x}_r) = \sum_i^{\text{ddl}} c_i \underline{N}_i(\underline{x}_r)$
- $\underline{\mathcal{F}}(\varepsilon)$ la fonction qui associe à une permittivité ε le paramètre S_{21}^{sim} .

Inversion

- **Minimisation** et **linéarisation** :

$$\underline{\varepsilon}_{\text{sim}} = \min_{\underline{\varepsilon}} (||b - A\underline{\varepsilon}|| + ||\nabla \underline{\varepsilon}||)$$

- $b = S_{21}^{\text{mes}, c} - S_{21}^{\text{sim}}$
- $A = \underline{\underline{\mathcal{J}\mathcal{F}}}_\varepsilon$, matrice jacobienne telle que :

$$[\underline{\underline{\mathcal{J}\mathcal{F}}}_\varepsilon]_{l,m} = \frac{\partial S_{21}^{\text{sim}}}{\partial \varepsilon_{r_m}}$$

- $||\nabla \underline{\varepsilon}||$ paramètre de **régularisation**.

Compacité [3]

$$C = \frac{((\underline{\varepsilon}_{\text{sim}})^\alpha - 1) z}{\varepsilon_a^\alpha + \varepsilon_b^\alpha \frac{\rho_a T_b}{\rho_b T_a} + \varepsilon_f^\alpha \frac{\rho_a T_f}{\rho_f T_a} + \varepsilon_e^\alpha \frac{\rho_a T_e}{\rho_e T_a} - z}$$

6. RÉSULTATS

Les résultats présentés ci-dessous sont issus d'une inversion sur les données du banc générées à partir d'échantillons, pour une hauteur donnée (coupe 2D) et une bande passante de [2.8 ; 6.6] GHz. Dans le premier cas, nous avons testé l'inversion sur un matériau homogène, la paraffine, de diamètre $d = 10$ cm et de permittivité moyenne $\bar{\varepsilon}_{\text{para}} \in [2.2 ; 2.4]$. Pour le deuxième, nous avons testé l'inversion sur un tube rempli de sable ($d = 11.5$ cm, $\bar{\varepsilon}_{\text{sable}} \in [2.5 ; 3.5]$).

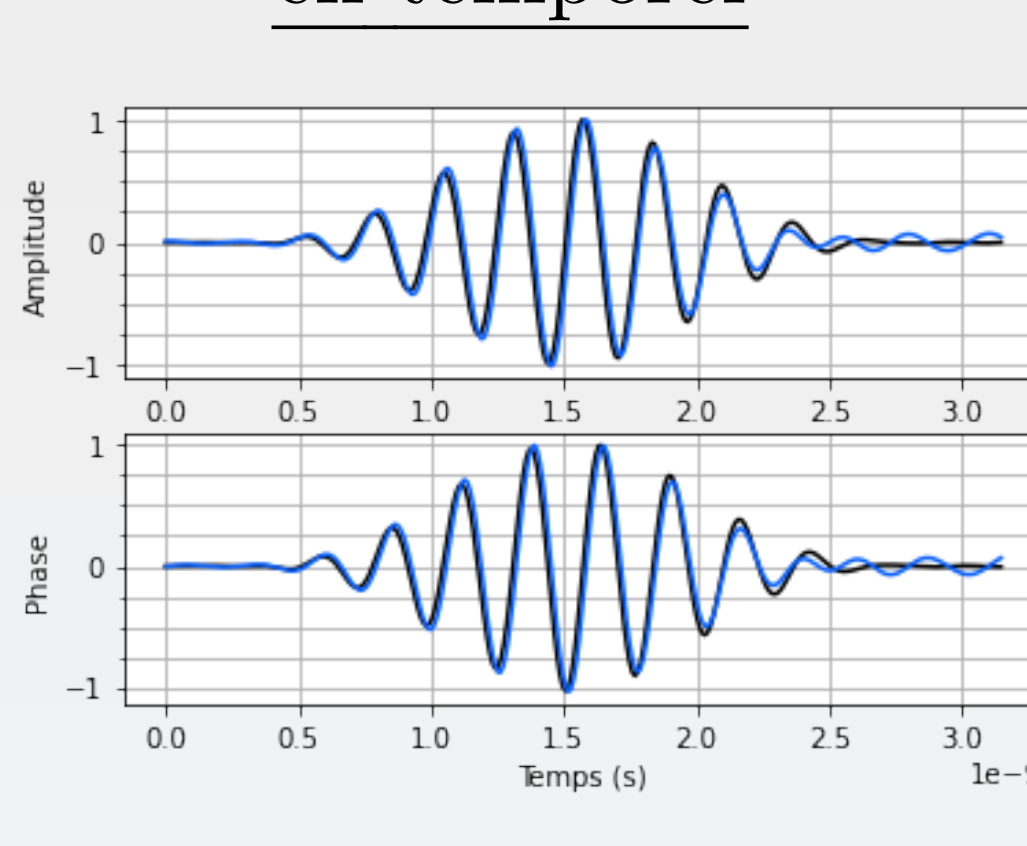
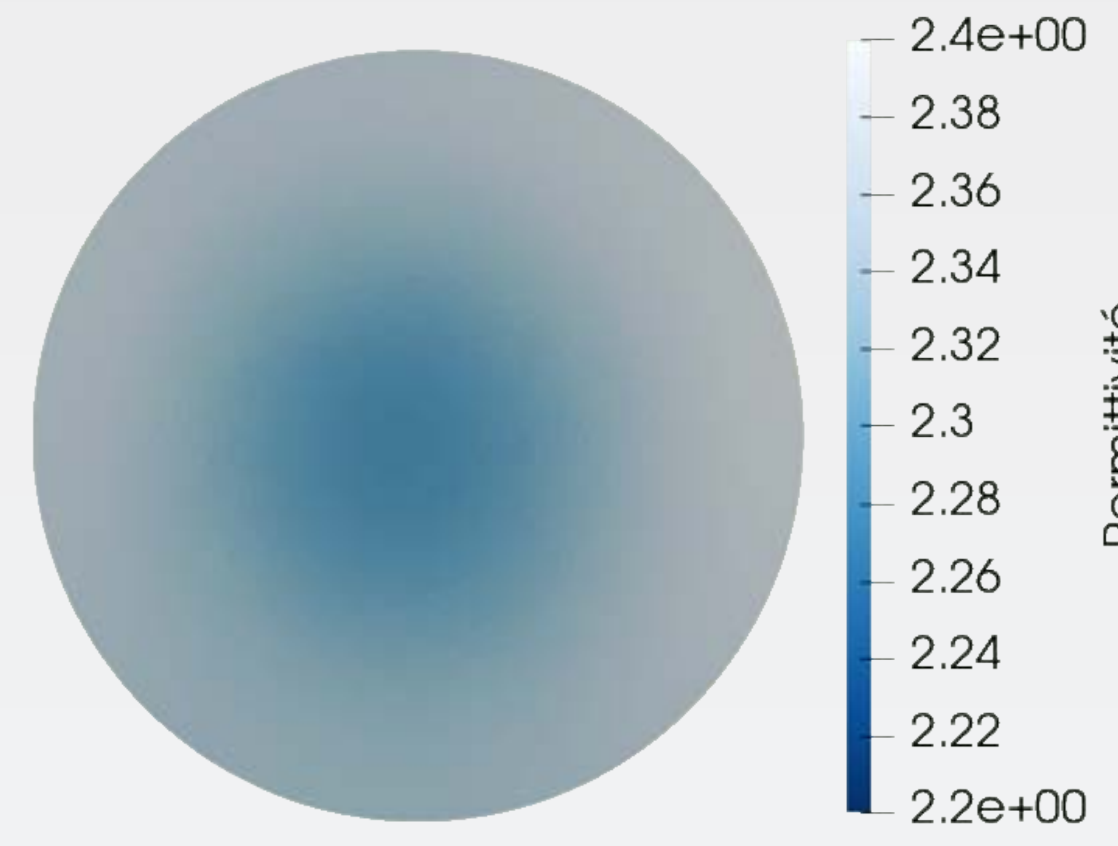
Échantillons

Permittivités retrouvées

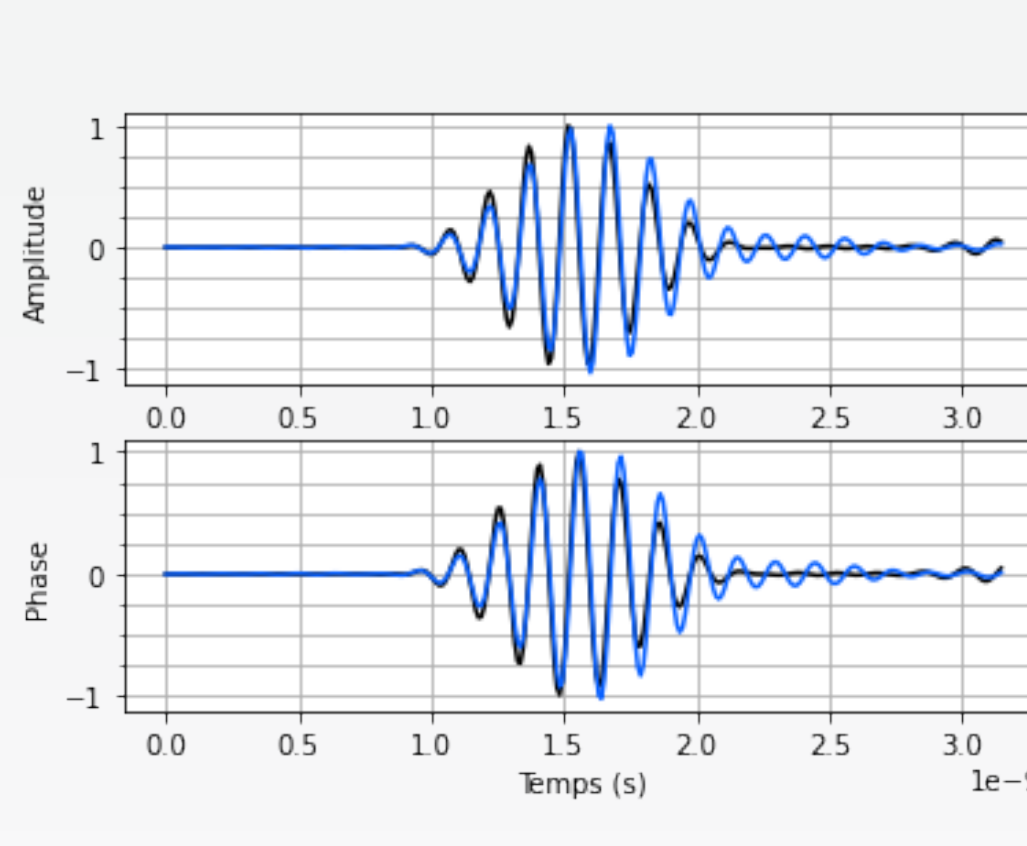
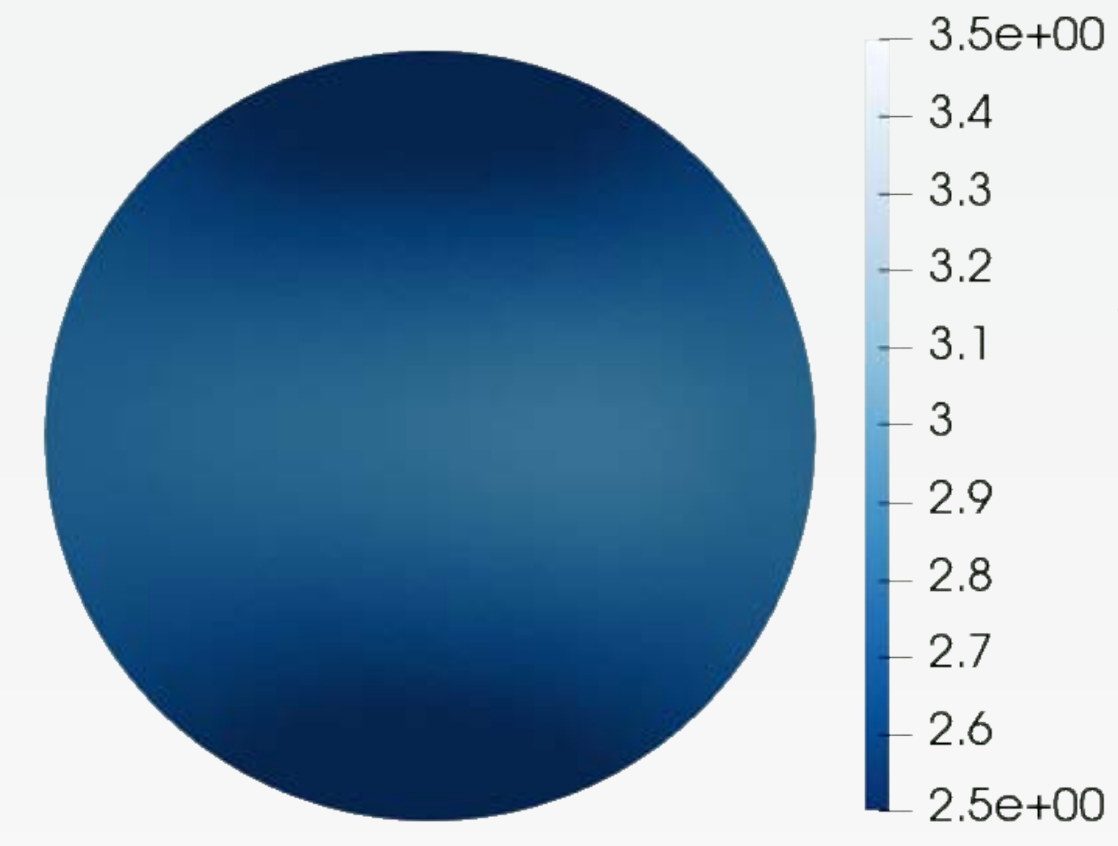
Paramètres S_{21} simulés (bleu) et mesurés (noir) en temporel



Coupe de paraffine



Coupe de sable



7. TRAVAUX FUTURS

- Comparaison avec des échantillons analysés par le **banc gamma**.
- Amélioration du **schéma d'inversion**.
- Prise en compte des paramètres S_{11} et S_{22} .
- Améliorer le **modèle 3D** puis adapter l'inversion (non présenté ici).

RÉFÉRENCES

- [1] S. LAMBOT, *Model. of GPR for accurate char. of subsurface elec. prop.*, *IEEE Geoscience*, 42, (2004).
- [2] J. NÉDÉLEC, *Mixed finite elements in \mathbb{R}^3* , *Numer. Math.*, (1980).
- [3] C. FAUCHARD, *Estimat. of compaction of bituminous mixtures at microwave freq.*, *7ème Symp Int sur les ENDGC*, (2009).