

1. CONTEXTE

Les coûts de production d'une route varient entre 2 et 42 millions d'euros par kilomètre. Ils sont soumis à d'importantes contraintes qui vont les amener à être modifiés (trafic soutenu, intempéries, etc...). Il est nécessaire d'assurer la sécurité, la qualité ainsi que la durée de vie de ces dernières, par soucis **écologique** et **économique**. Une première étape est de contrôler à leur réception la **rugosité**, l'**épaisseur** et la **compacité**, l'objet d'étude de cette thèse.

2. SOLUTIONS EXISTANTES



Pesée hydrostatique

- + Méthode référente
- + Faible erreur
- Mesure globale
- Mise en place (en fonction de la géométrie de l'objet)

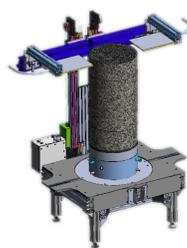


Banc gamma

- + Mesure locale
- + Faible erreur
- Utilisation, exposition aux rayonnements ionisants

3. PROPOSITION

Le banc EM (électromagnétique) permet de calculer la **permittivité** du matériau grâce à l'émission et réception d'ondes électromagnétiques, en s'intéressant à leur **diffraction** et **atténuation**. Il est alors possible, par des lois physiques, d'estimer la compacité.



Banc EM

- + Mesure locale
- + Durable
- + Économique
- Mise en place mathématique (temps de calcul)

4. MODÉLISATION

Permittivité

$$\varepsilon_{bb}^\alpha = \zeta_{ag}\varepsilon_{ag}^\alpha + \zeta_b\varepsilon_b^\alpha + \zeta_f\varepsilon_f^\alpha + \zeta_e\varepsilon_e^\alpha + \zeta_{air}\varepsilon_{air}^\alpha$$

Modèle de CRIM (Complex Refractive Index Model) [1]

$$C = \frac{(\varepsilon_{bb}^\alpha - 1)z}{\varepsilon_a^\alpha + \varepsilon_b^\alpha \frac{\rho_a T_b}{\rho_b T_a} + \varepsilon_f^\alpha \frac{\rho_a T_f}{\rho_f T_a} + \varepsilon_e^\alpha \frac{\rho_a T_e}{\rho_e T_a} - z}$$

Maxwell régime harmonique ordre 2

- $\underline{\mathcal{E}}(\underline{x}, t) = \text{Re} [\underline{E}(\underline{x})e^{j\omega_f t}]$
- $\begin{cases} \nabla \times \underline{E} = -\underline{M}_i - j\omega_f \underline{B} \\ \nabla \times \underline{H} = \underline{S}_i + j\omega_f \underline{D} \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla \cdot \underline{D} = q_{ev} \\ \nabla \cdot \underline{B} = 0 \end{cases}$
- $\nabla \times \mu^{-1} \nabla \times \underline{E} - \omega_f^2 \varepsilon \underline{E} = \underline{S}$

5. DISCRÉTISATION ET PROBLÈME INVERSE

Données

- Données mesurées : $d_{obs}^{f,r,s}$
- Données calculées : $\underline{E}^{f,s}(\omega_f, \underline{x}_r)$

On étudie la valeur au récepteur r de la solution du problème pour une source s à une fréquence f .

Éléments Finis de Nédelec [2]

- $V_h = \{v \in H(\text{curl}, \Omega) : v|_K \in N_r(K) \forall K \in \mathcal{T}_h\}$

$$\begin{cases} N_r(K) = [P_{r-1}(K)]^2 \oplus S_r(K) \\ S_r(K) = \{s \in [P_r(K)]^2 : \underline{s}(\underline{x}) \cdot \underline{x} = 0\} \end{cases}$$

Problème discrétisé

$$[\mathbb{K} - \omega_f^2 \varepsilon_0 \mathbb{M}(\varepsilon)] \underline{c}^{f,s} = \underline{S}^{f,s}$$

avec $\underline{E}^{f,s}(\omega_f, \underline{x}) = \sum_i^{ddl} c_i^{f,s} \underline{N}_i(\underline{x})$, solution du prob-

lème direct. On cherche alors à **minimiser** l'écart suivant :

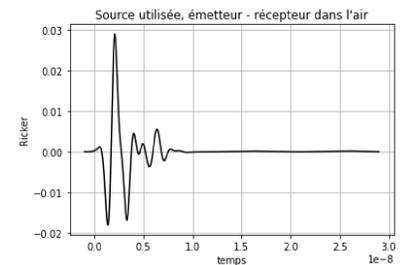
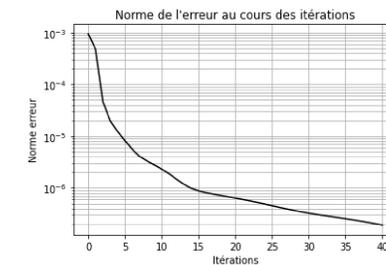
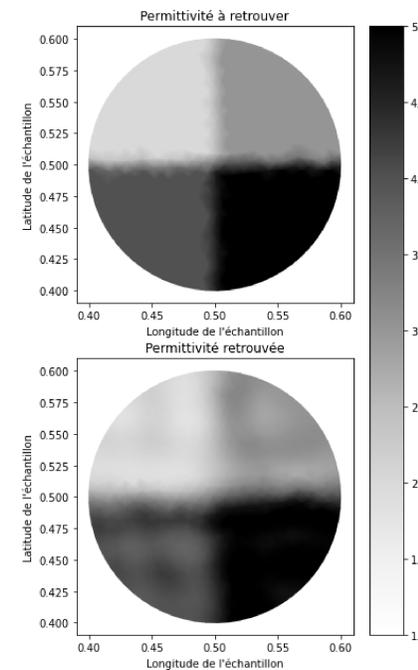
$$\frac{1}{2} \|d_{obs}^{f,r,s} - \underline{E}^{f,s}(\omega_f, \underline{x}_r)\|^2$$

Linéarisation, régularisation et Jacobienne

Soit $\underline{\mathcal{F}} : \mathbb{R}^{n_m} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times n_s \times n_f}$, $\underline{\mathcal{F}}(\varepsilon) = \underline{E}^{f,s}(\omega_f, \underline{x}_r)$:

$$\frac{1}{2} \|d_{obs}^{f,r,s} - \underline{\mathcal{F}}^{f,s}(\varepsilon) - [\underline{\mathcal{J}}_{\underline{\mathcal{F}}_\varepsilon}] \delta\varepsilon\|^2 + \frac{1}{2} \|\nabla\varepsilon\|^2$$

6. RÉSULTATS



Les résultats présentés sont issus d'une simulation émetteur - récepteur autour de l'objet étudié, afin de se rapprocher au maximum d'une mesure d'un banc EM. Les données observées sont obtenues par résolution du problème direct, avec comme source l'onde de **Ricker** et un objet d'étude cylindrique divisé en 4 parties (chacune ayant une permittivité différente). Le résultat provient de la résolution du problème inverse avec comme données initiales une permittivité égale à 1 dans l'ensemble du domaine d'étude. La convergence est obtenue en une trentaine d'itérations.

7. TRAVAUX FUTURS

- Utilisation du banc EM et son logiciel, test avec échantillon homogène
- Implémentation d'une source directive, bibliographie plus approfondie sur problèmes inverses
- Prise en main de ttcpry [3] et bibliographie sur réseau de neurones, pour recombinaison d'une onde à partir de rayons générés par ttcpry

RÉFÉRENCES

- [1] Roth et al., 1990 ; Whalley, 1993 ; Greaves et al., 1996 ; West et al., 2003, Fauchard et al., 2013
- [2] J. Nédelec : *Mixed finite elements in \mathbb{R}^3* , Numer. Math, 1980
- [3] B. Giroux : <https://ttcpry.readthedocs.io/en/latest/references.html>