

Modèle statistique d'évolution des caractéristiques de chaussées

Tristan Lorino
Université Gustave Eiffel

Contexte

- **Campagnes périodiques** de suivi de sections-tests ou de réseaux routiers
- **Relevés d'indicateurs** de l'état de la chaussée : dégradations, déformations, adhérence (micro et macrotecture), uni...
- **Âge / trafic cumulé PL** connu(s) lors des relevés
- **Données annexes** : historique de la structure de chaussée, données météorologiques...

- **Objectif** : relier l'évolution de l'indicateur à l'âge ou au trafic cumulé, et aux autres facteurs disponibles

Écriture du modèle

- Y : indicateur étudié
- X : âge / trafic cumulé
- Z : facteurs possiblement liés à l'évolution de Y

$$Y = f(X, Z) + \epsilon$$

- ϵ : terme d'erreur gaussien
- Caractéristiques du modèle :
 - Y est une variable continue
 - Y est mesurée à plusieurs reprises sur une même section
 - f n'est (très souvent) pas linéaire

Compromis entre biais et variance du modèle

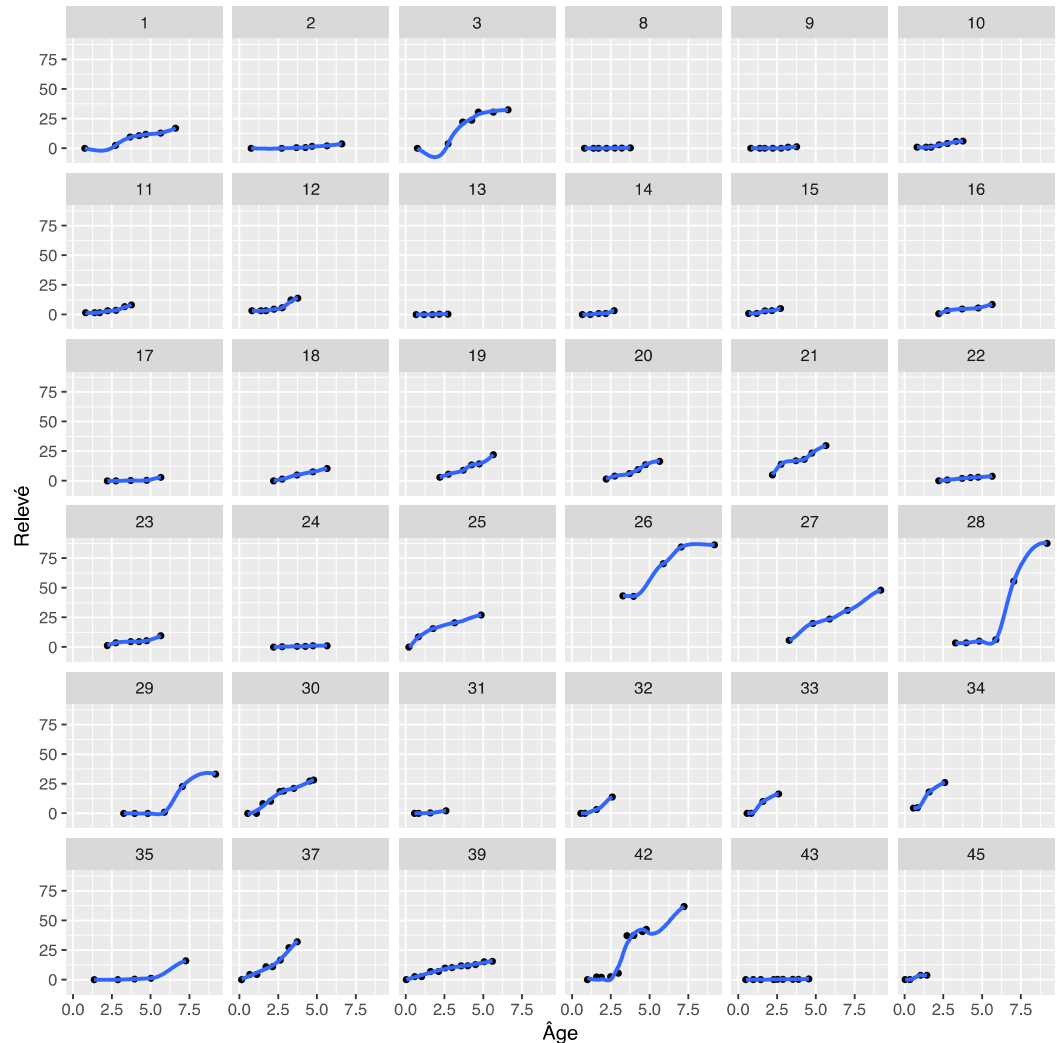
$$\hat{Y} = f(X, Z) + \epsilon \quad \textit{versus} \quad Y \text{ observé}$$

$$\mathbb{E}[(Y - \hat{Y})^2] = \mathbf{biais}_f + \mathbf{variance}_f + \mathbf{variance}_\epsilon$$

- Variance de ϵ « **irréductible** » (toute la variabilité de Y ne peut être expliquée uniquement par (X, Z))
- **biais_f** : erreur d'approximation d'un phénomène réel par un modèle
- **variance_f** : variabilité liée aux fluctuations aléatoires de l'échantillon étudié
- Plus un modèle est complexe (flexible), meilleur est l'ajustement aux données disponibles, et donc...
 - **moins est son biais**
 - **plus grande est sa variance**

Modèle *non linéaire*

- Base de **45 sections tests**
- **Indicateur :**
fissuration
longitudinale
- **Une évolution**
qui n'est pas linéaire



Modèle non linéaire *mixte*

- L'indicateur est mesuré à **plusieurs reprises** sur une **même** section de chaussée
- En statistique, on parle de **données longitudinales**
- La répétition de mesures sur une même section entraîne une **corrélation** des valeurs de l'indicateur par section
- Ajout au modèle d'un **terme aléatoire** représentant la variabilité entre les différentes sections :

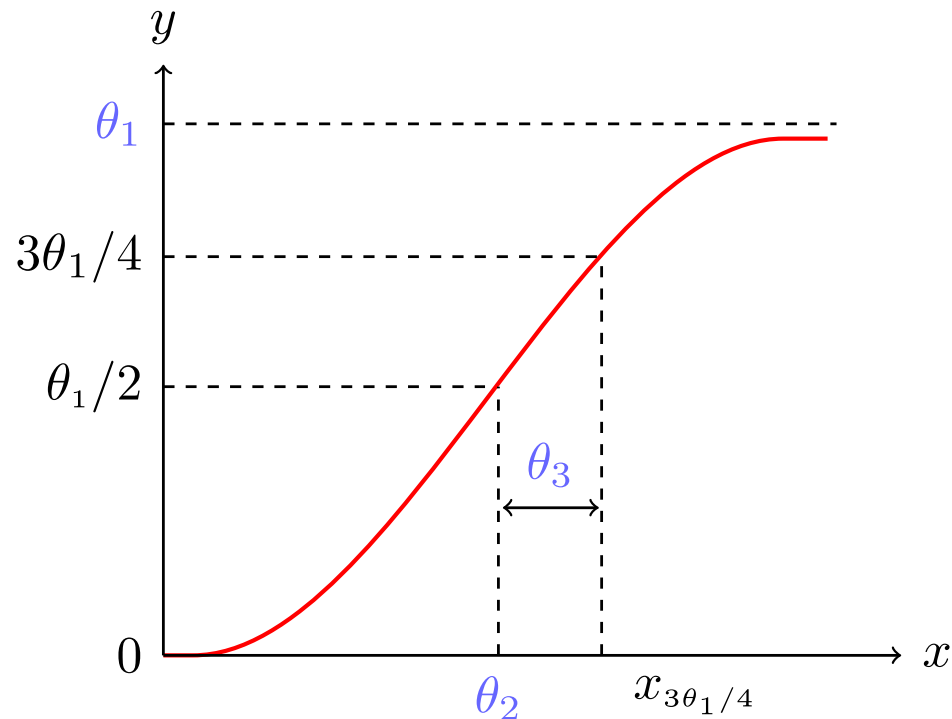
$$Y_{ij} = f(X_{ij}, Z_i, \theta_i) + \varepsilon_{ij}$$

- i indicateur de section, j indicateur de mesure
- $(\theta_i)_i$ terme aléatoire gaussien

Modèle non linéaire de type logistique

- Modèle logistique (à effets uniquement fixes) :

$$Y = \frac{\theta_1}{1 + \exp\left(-\frac{X - \theta_2}{\theta_3}\right)} + \varepsilon$$



Modèle non linéaire logistique mixte

- Modèle logistique (effets fixes et effets aléatoires) :

$$Y_{ij} = \frac{\theta_1 + \theta_{1i}}{1 + \exp\left(-\frac{X_i - \theta_2 - \theta_{2i}}{\theta_3 + \theta_{3i}}\right)} + \varepsilon_{ij}$$

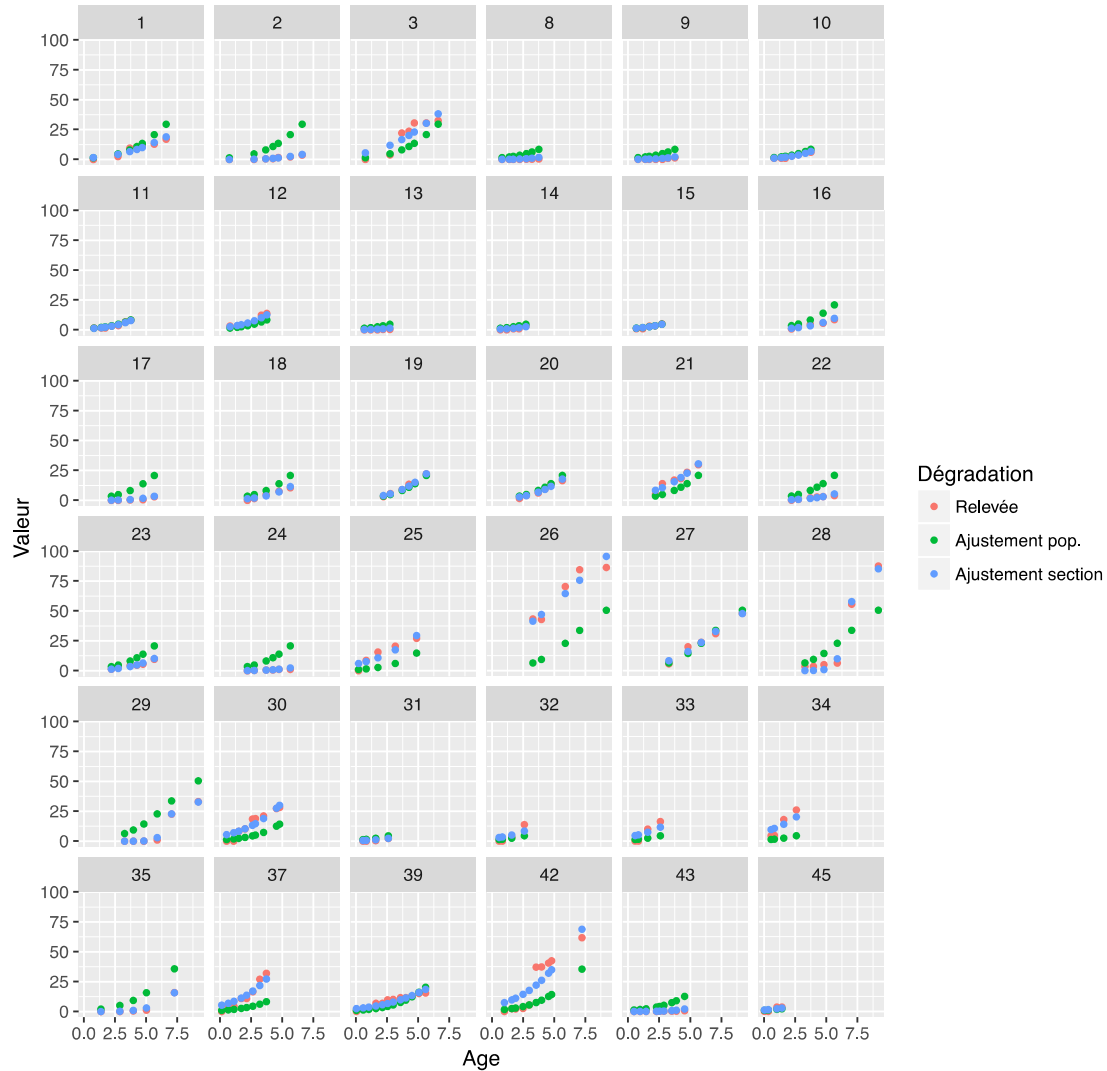
- $\theta_1, \theta_2, \theta_3$: effets fixes
- $\theta_{i1}, \theta_{i2}, \theta_{i3}$: effets aléatoires gaussiens
- Si l'on dispose de variables explicatives Z , leur effet peut être pris en compte au travers des coefficients θ_1, θ_2 , et θ_3

Modèle non linéaire logistique mixte (2)

- Considération des **seuls effets fixes** : modèle logistique pour l'ensemble de la population étudiée
- Évolution moyenne (pouvant être biaisée mais de faible variance)

- Considération des **effets fixes et aléatoires** : modèle logistique ajusté pour chaque section de route
- Évolution individuelle (très faiblement biaisée mais de variance plus importante)

Application à la fissuration



Conclusion

- Modèle logistique mixte approprié pour caractériser une **évolution continue** dans le temps (ou fonction du trafic cumulé)
- Prise en compte de la **non-linéarité** des phénomènes étudiés
- Prise en compte de **variables explicatives**
- Ajustement au plus près des **mesures répétées** sur une même section de route
- Obtention d'une **évolution moyenne** de l'ensemble du réseau routier
- Prise en compte possible de **l'hétéroscédasticité** (variabilité allant croissant avec le temps / le trafic cumulé)

Merci de votre attention

Tristan Lorino

Université Gustave Eiffel – Campus de Nantes

Allée des Ponts et Chaussées CS5004 • BOUGUENAIS Cedex

02 40 84 56 18 • tristan.lorino@univ-eiffel.fr